Fen-Edebiyat Fakültesi	**FİNAL KAĞIDI**	
Ad Soyadı:	Bölümü: Matematik	NOTU
Numarası:	Dersin Adı: Analiz 4	
İmza:	Sınav Tarihi: 21 Haziran 2022	

Soru:	1	2	3	4	5	6	Toplam
Puan:	15	20	15	10	20	20	100
Skor:							

Süre 75dk.

1. (15 puan) $f(x,y) = 5x^2 - 2y$ fonksiyonunun $4x^2 + y^2 = 1$ elipsi üzerinde aldığı

   maksimum değer = $f($______, ______$)$ = ________________

   minimum değer = $f($______, ______$)$ = ________________

   Çözüm: $\nabla f = \lambda \nabla g \implies 10x = \lambda 8x$ ve $-2 = \lambda 2y$.

   Çözümler: $x = 0,\ y = \pm 1$ veya $\lambda = 10/8 = 5/4,\ y = -4/5, x = \pm 3/5$.

   $f(0,1) = -2$, (Min değer)

   $f(0,-1) = 2$,

   $f(-3/5,-4/5) = f(3/5,-4/5) = 41/20$ (Max değer)

2. (20 puan) Hangi (a,b,c) noktasında $y = x^2 + z^2$ yüzeyinin teğet düzleminin denklemi $x + 2y = -\frac{1}{8}$ olur?

   $(a,b,c) =$__________________________

   Çözüm: Teğet düzlem:

   $$2a(x-a) - 1(y-b) + 2c(z-c) = 0 = k(x+2y-1)$$

   Bu denklemden $2k = -1$, $k = -1/2$. $2a = k$, $a = -1/4$. $2c = 0$, $c = 0$ bulunur. $b = a^2 + c^2$ den $b = 1/16$ olur
   Cevap: $(a,b,c) = (-1/4, 1/16, 0)$

3. (15 puan) D bölgesi Kartezyen düzlemin 3. bölgesinde $x^2 + y^2 = 1$ ve $x^2 + y^2 = 9$ çemberleri arasındaki bölge olsun.

   (a) İntegrasyon bölgesini çizin ve tarayın.

(b) $\iint_D (y^2+3x)\,dA = \int_{r=a}^{b}\int_{\theta=c}^{d} f(r,\theta)\,d\theta\,dr$ ise

$a =$ __________ $b =$ __________ $c =$ __________ $d =$ __________

$f(r,\theta) =$ ____________________

Çözüm: $a = 1 \le r \le 3 = b$, $c = \pi \le \theta \le 3\pi/2 = d$, $f(r,\theta) = r(r^2\sin^2\theta + 3r\cos\theta)$

4. (10 puan) $\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 f(x,y)\,dx\,dy = \int_a^b \int_c^d f(x,y)\,dy\,dx$ olsun.

(a) İntegrasyon bölgesini çizin ve tarayın.

(b) $a =$ __________ $b =$ __________ $c =$ __________ $d =$ __________

Çözüm: $a = 0$, $b = 1$, $c = 0$, $d = x^2$.

5. (20 puan) $\vec{F} = \left(6x^2 + \frac{y}{2\sqrt{x}}\right)\vec{i} + \left(4+\sqrt{x}\right)\vec{j}$ olsun.

(a) $\vec{F}$ korunumlu mudur? __________.
Korunumluysa, potansiyel fonksiyonu $f(x,y) =$ __________

Çözüm: $P = 6x^2 + \frac{y}{2\sqrt{x}}$, $Q = 4+\sqrt{x}$. $P_y = \frac{1}{2\sqrt{x}} = Q_y$. Evet korunumludur.

$f_x = P \implies f = \int P\,dx = 2x^3 + y\sqrt{x} + h(y)$.
$Q = f_y = \sqrt{x} + h'(y) \implies h'(y) = 4 \implies h(y) = 4y + c$
$f(x,y) = 2x^3 + y\sqrt{x} + 4y$.

(b) C eğrisi $(1,1)$ ve $(2,4)$ noktalarını birleştiren ve $y = x^2$ parabolü üzerinde yer alan eğri ise

$\int_C \vec{F}\cdot d\vec{r} =$ ____________________

Çözüm: $f(2,4) - f(1,1) = 16 + 4\sqrt{2} + 16 - (2+1+4) = 25 + 4\sqrt{2}$.

6. (20 puan) R bölgesi Kartezyen düzlemde, $y-2x=0$, $y-2x=3$, $x+y=0$ ve $x+y=6$ doğruları ile sınırlanan bölge olsun.

(a) R bölgesini çizin.

(b) $u=y-2x$, $v=x+y$ olsun. $\displaystyle\iint_R \frac{e^{y-2x}}{x+y+1}\,dA=\int_{u=a}^{b}\int_{v=c}^{d} f(u,v)\,dv\,du$ ise

$a=$ ______________ $b=$ ______________ $c=$ ______________ $d=$ ______________

$f(u,v)=$ ____

Çözüm:

$$\left|\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}\right|=\frac{1}{\left|\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}\right|}=\frac{1}{\left|u_xv_y-u_yv_x\right|}=\frac{1}{|(-2)(1)-(1)(1)|}=\frac{1}{3}$$

Cevap: $a=0$, $b=3$, $v=0$, $v=6$, $f(u,v)=\frac{1}{3}\frac{e^u}{v+1}$.